

**ESAME DI STATO: Indirizzo Scientifico**  
**Americhe emisfero australe - Sessione suppletiva 2004**  
**SECONDA PROVA SCRITTA**  
**Tema di MATEMATICA**

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario. Tempo concesso: 6 ore.

**Problema 1**

Si riferisca il semicerchio  $S$  di raggio 2 ad un conveniente sistema di coordinate cartesiane ortogonali e monometriche  $xy$  e si determinino:

- a) le dimensioni del rettangolo  $R$  di area massima inscritto in  $S$ ;
- b) l'area di ciascuna delle 3 parti che, insieme ad  $R$ , compongono  $S$ ;
- c) un'approssimazione in gradi sessagesimali dell'angolo che ciascuna diagonale di  $R$  forma con il diametro di  $S$  e la misura del corrispondente arco staccato su  $S$ .

**Problema 2**

È assegnata la funzione determinata da

$$x = \frac{2}{\sqrt{y+1}}.$$

1. Si studi e si disegni il suo grafico  $\gamma$ .
2. Si calcoli l'area della regione  $R$  racchiusa tra  $\gamma$ , gli assi coordinati e la retta  $y = 3$ .
3. Si calcoli il volume del solido generato dalla rotazione completa di  $R$  intorno all'asse  $y$ .

**Questionario**

1. Si spieghi perché la superficie totale di un cilindro equilatero sta alla superficie della sfera ad esso circoscritta come 3 sta 4.
2. Si enunci il teorema di Lagrange o del valor medio; se ne illustri il significato geometrico, il legame col teorema di Rolle e le implicazioni ai fini della determinazione del grafico di una funzione.
3. Esiste una funzione  $f(x)$  con un massimo relativo in  $(1, 2)$  e un minimo relativo in  $(-1, 3)$ . Se sì, se ne può fornire un esempio?
4. L'equazione  $e^x + 3x = 0$  ammette soluzioni reali? Quale ragionamento può seguirsi per rispondere al quesito?
5. Come si può trovare il

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$$

partendo dalla conoscenza che il

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 1?$$

6. Di una funzione  $g(x)$ , non costante, si sa che:

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3 \quad \text{e} \quad g(2) = 4.$$

Trovate una espressione di  $g(x)$ .

7. Calcolate:

$$\int_0^1 \arcsin x \, dx.$$

8. Siano dati gli insiemi

$$A = \{ \Phi, \Sigma, \Omega, \Psi \} \quad \text{e} \quad B = \{ a, b, c \};$$

quante sono le applicazioni (le funzioni) di  $A$  in  $B$ ?