



**MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ E DELLA
RICERCA
SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione suppletiva 2005
Calendario australe
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di Matematica**

PROBLEMA 1

Si consideri l'equazione $y = x^3 - ax + b$.

1. Si determinino a e b in modo che la sua curva rappresentativa Γ sia tangente, nel punto A di ascissa -1 , alla retta r d'equazione $y = 4$. Si disegni Γ .
2. La retta r incontra Γ in un altro punto B . Si calcoli l'area della regione di piano delimitata dal segmento AB e da Γ .
3. Si determini l'equazione della retta s per l'origine degli assi che delimita con Γ e con l'asse y una regione finita di piano, nel secondo quadrante, di area $5/4$.

PROBLEMA 2

Sia f la funzione definita da $f(x) = \sin x + a \cos x + b$, con $x \in [-\pi, \pi]$

1. Calcolate a e b in modo che $x = \frac{\pi}{6}$ sia punto di massimo relativo e $f(\pi/6) = 0$;
2. Tracciate il grafico λ della funzione così ottenuta e dite se essa ha un massimo assoluto e un minimo assoluto;
3. Calcolate l'area della regione finita di piano delimitata dalla tangente a λ nel suo punto di ascissa nulla, da λ e dalla retta $x = \frac{\pi}{2}$.

QUESTIONARIO

1. L'equazione $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ esprime il teorema del valore medio o di *Lagrange*. Determinare c quando $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$, $a=0$ e $b=1$.
2. Un recipiente contiene *1000 litri* di liquido. Se è un prisma regolare a base triangolare, quali ne sono le dimensioni minime, espresse in *metri*?
3. Quale è il cono di volume massimo inscrivibile in una sfera assegnata?
4. La funzione $f(x) = 10^{x+8}$ è *invertibile*? Perché? Quale ne è la derivata? In genere, come si calcola la derivata della funzione inversa f^{-1} ?

5. Dimostrare che la funzione $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ ha infiniti punti di massimo e minimo relativo in $]0; 1]$. In quali punti la funzione assume valore 1 e in quali -1 ?
6. Fra tutte le primitive di $f(x) = 3\cos^3 x$ trovare quella il cui grafico passa per il punto $(0, 5)$.
7. Spiegare perché l'equazione $3^x = -x^2 + 5x - 8$ non ammette soluzioni.
8. Perché tutte le tangenti alla curva d'equazione $y = x^3 + 3x - 4$ formano un angolo acuto con la direzione positiva dell'asse x ? Illustra le ragioni della tua risposta.

Durata della prova: 6 ore.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.