



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione Ordinaria a.s. 2004/2005
SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

La funzione f è definita da $f(x) = x^3 - 6x^2 + k$ dove k è una costante arbitraria.

1. Si trovino, in funzione di k , i valori di minimo e massimo relativo di f .
2. Per quali valori di k , f ha tre zeri reali distinti?
3. Si trovi il valore di k tale che il valor medio di f nell'intervallo chiuso $[-1, 2]$ sia 1.
4. Si determini l'area della regione finita delimitata dal grafico di f e dall'asse x quando $k=32$.

PROBLEMA 2

Siano date la parabola λ e la retta r d'equazioni rispettive $y = x^2 + 1$ e $y = x - 1$

1. Quale è la distanza minima tra λ e r ? E quale ne è il valore?
2. Siano A e B i punti d'intersezione di λ con la retta s d'equazione $y = x + 3$, si determini il punto P appartenente all'arco AB tale che il triangolo ABP abbia area massima
3. Si determini l'area del segmento parabolico di base AB e si verifichi che essa è $\frac{4}{3}$ dell'area del triangolo ABP.
4. Si determini il volume del solido generato dalla rotazione completa del segmento parabolico di base AB attorno all'asse x .

QUESTIONARIO

1. Indicata con S_n la somma di n termini in progressione geometrica di primo termine $\frac{1}{2}$ e ragione $\frac{1}{2}$ si calcoli il $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$
2. Una piramide ha la base quadrata e l'altezza uguale a 8cm . Quanti piani paralleli alla base dividono la piramide in due parti i cui volumi sono nel rapporto $7:1$? Quali sono le distanze di tali piani dal vertice della piramide?
3. Un recipiente contiene 1000 litri di liquido. Se è un parallelepipedo a base quadrata, quali ne sono le dimensioni minime?
4. Quale è il cilindro di volume massimo inscrivibile in una sfera assegnata?
5. Quando una funzione f è *invertibile*? Come si calcola la derivata della funzione inversa f^{-1} ? Fai un esempio.
6. Spiegare come utilizzare il teorema di Carnot per trovare la distanza tra due punti accessibili ma separati da un ostacolo.
7. Trovare il periodo della funzione : $y = \text{sen} \frac{2}{3}x + \text{sen} \frac{1}{4}x$
8. Dimostrate che la somma di qualsiasi numero reale positivo e del suo reciproco è almeno 2

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema.