



**MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (AMERICHE)**

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Nel piano riferito a coordinate cartesiane Oxy :

1. si studi la funzione $f(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{3}x}$ e se ne tracci il grafico γ .
2. Si determini l'ampiezza degli angoli individuati dai due asintoti
3. Si verifichi che il parallelogramma, avente due lati consecutivi sugli asintoti e un vertice su γ , ha area costante, mentre il suo perimetro ammette un valore minimo ma non un valore massimo.
4. Tra le infinite primitive di $f(x)$ si determini quella che passa per il punto di coordinate $(1, 0)$

PROBLEMA 2

E' dato il fascio di cubiche di equazione $y = kx^3 - kx^2 + 2kx + 1$, dove k è un parametro reale non nullo

1. Si verifichi che tutte le curve del fascio hanno in comune con l'asse delle y lo stesso punto C , di cui si chiedono le coordinate
2. Si mostri che, qualunque sia il valore di k , la curva corrispondente incontra in un sol punto P_k l'asse delle x . Si verifichi altresì che se $k = 1$ l'ascissa di P_1 è compresa fra -1 e 0 .
3. Si disegnino la curva γ del fascio corrispondente al valore $k = \frac{1}{4}$ e la retta t tangente a γ nel punto C .
4. Si calcoli l'area della regione finita di piano delimitata da γ , da t e dalla retta di equazione $x = -2$.

QUESTIONARIO

1. Sia γ il grafico di $y = \frac{10x}{x^2+1}$. Si trovi l'equazione della retta normale a γ nel punto (2, 4).
2. Si determini il cono rotondo di massimo volume inscritto in una sfera di raggio 30cm.
3. Quale è la derivata di $f(x) = 3^{\pi x}$? Si giustifichi la risposta.
4. Si dimostri che la media geometrica di due numeri positivi non è mai superiore alla loro media aritmetica.
5. La regione R del primo quadrante delimitata dal grafico di $y = 3e^{-x}$ e dalla retta $x = \ln 3$ è la base di un solido S le cui sezioni, ottenute tagliando S con piani perpendicolari all'asse x , sono tutte quadrati. Si calcoli il volume di S .
6. Un prisma a base quadrata ha altezza x e spigolo di base y tali che $x + y = 3$. Quale è il suo volume massimo?
7. Si disegni, nell'intervallo $]-\pi, \pi]$, il grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{2} |\cos x| - 1$
8. Si consideri una parabola del fascio $y = x^2 - ax$ e siano r e s le rette ad essa tangenti rispettivamente nell'origine del sistema di riferimento Oxy e nel punto T di ascissa $2a$. Sia P il punto di intersezione fra r e s . Si calcoli:

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} \frac{OP}{PT}$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.