ESAME DI STATO LICEO SCIENTIFICO

Indirizzo: ordinamento

CORSO DI ORDINAMENTO

Sessione straordinaria 2010

Tema di MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

In un triangolo *ABC*, l'angolo $\hat{B}$ è doppio dell'angolo $\hat{C}$ e inoltre è $BC = a$

1. Dette *BH* e *CL* , rispettivamente, le altezze del triangolo uscenti dai vertici B e C, si consideri il rapporto:
   $$\frac{BH^2 + CL^2}{a^2}$$
   espresso in funzione di $x = A\hat{B}C$.
2. Si studi la funzione *f(x)* così ottenuta e si tracci il suo grafico γ nell'intervallo $0 \le x \le 2\pi$, mettendo in evidenza poi la parte di grafico compatibile con i dati del problema.
3. Si dimostri che γ è simmetrica rispetto alla retta $x = \pi$.
4. Si calcoli il valore medio della funzione *f(x)* nell'intervallo $0 \le x \le \pi$.

PROBLEMA 2

Sia data la funzione:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

1. Si verifichi che la curva che la rappresenta è simmetrica rispetto all'origine.
2. Si studi tale funzione e se ne tracci il grafico γ, su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali *Oxy*.
3. Si verifichi che $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\log\left|x^2 - 1\right|$ è una funzione primitiva di *f(x)*.
4. Si calcoli l'errore che si commette approssimando l'area racchiusa dalla curva γ, dall'asse *x* e dalle rette $x = 2$ e $x = 3$ con l'area del trapezio *ABCD*, essendo $A(2, 0)$, $B(3, 0)$, $C(3, f(3))$ e $D(2, f(2))$.

straordinaria 2010

QUESTIONARIO

1. Due osservatori si trovano ai lati opposti di un grattacielo, a livello del suolo. La cima dell'edificio dista 1600 metri dal primo osservatore, che la vede con un angolo di elevazione di 15°. Se il secondo individuo si trova a 650 metri dalla cima del grattacielo, quale è la distanza tra i due osservatori (non tenedo conto dell'ostacolo grattacielo)?

2. Si calcoli il limite della funzione $(1+tgx)^{ctgx}$ quando x tende a 0.

3. In quanti modi 10 persone possono disporsi su dieci sedili allineati? E attorno ad un tavolo circolare?

4. Si dimostri che ogni funzione $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ dove a, b, c, d sono valori reali con $a \neq 0$, ha un massimo e un minimo relativi oppure non ha estremanti.

5. Si calcoli il volume del solido generato da una rotazione completa attorno all'asse x del triangolo di vertici *A(2, 2)* , *B(6, 4)* , *C(6, 6)*

6. Si dica se esistono numeri reali per i quali vale la seguente uguaglianza:

$$2 + 2^x = sen^4 x + \cos^4 x + 6 sen^2 x \cos^2 x$$

7. Sia P un punto del piano di coordinate $\left(t+\frac{1}{t}, t-\frac{1}{t}\right)$. Al variare di t ($t \neq 0$), P descrive un luogo geometrico del quale si chiede l'equazione cartesiana e il grafico.

8. Si dimostri che il perimetro di un poligono regolare di n lati, inscritto in una circonferenza di raggio r , quando si fa tendere n all'infinito, tende alla lunghezza della circonferenza.

9. Si calcoli il valore medio della funzione $f(x) = \cos^3 x$ nell'intervallo $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

10. Si dimostri che se le diagonali di un quadrilatero sono perpendicolari, la somma dei quadrati di due lati opposti è uguale alla somma dei quadrati degli altri due.

Durata massima della prova: 6 ore.
E' consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.
Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema.