



**MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (AMERICHE)**

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Il triangolo ABC è equilatero di lato unitario. La retta r parallela ad AB interseca i lati AC e BC, rispettivamente, nei punti P e Q.

1. Si indichi con x la distanza di r dal vertice C. Per quale valore di x , nel quadrilatero ABQP si può inscrivere una circonferenza? Quale è la lunghezza del suo raggio?
2. Si esprima in funzione di x il rapporto fra l'area del triangolo PQC e l'area del quadrilatero ABQP, verificando che si ottiene la funzione:

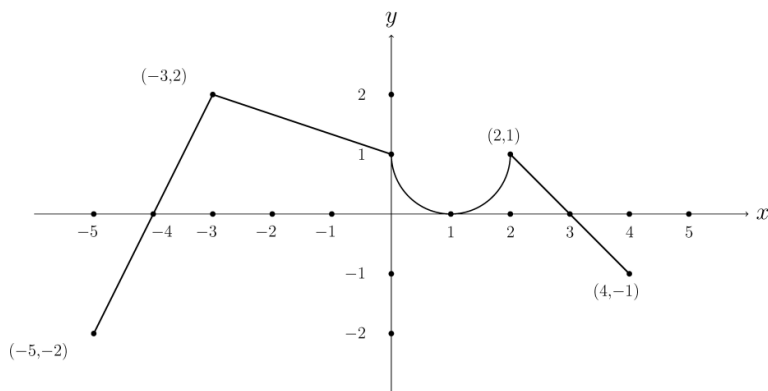
$$f(x) = \frac{4x^2}{3 - 4x^2}$$

Il rapporto $f(x)$ assume tutti i valori reali positivi? Si giustifichi la risposta

3. Si studi la funzione f senza tener conto dei limiti geometrici del problema e se ne tracci il grafico γ
4. Si calcoli l'area della regione finita di piano limitata da γ e dalla retta di equazione $y = 2$.

PROBLEMA 2

Il grafico della funzione g , disegnato sotto, consiste di tre segmenti e di una semicirconferenza (con raggio 1 e centro $(1, 1)$).



Sia f la funzione definita da $f(x) = \int_{-3}^x g(t) dt$

1. Si determinino $f(0)$ e $f'(0)$
2. Si trovi il valore di x , $-5 < x < 4$, in cui f presenta il massimo assoluto e si trovi altresì il minimo assoluto di f nell'intervallo chiuso, $-5 \leq x \leq 4$
3. Si trovino i valori di x , $-5 < x < 4$, in cui il grafico di f presenta punti di flesso.

QUESTIONARIO

1. Un docente deve scegliere 4 studenti cui affidare un compito tra i 10 che ne hanno fatto richiesta. Quante scelte può fare?
2. Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3^{\frac{1}{x}} - 2 \cdot 3^{\frac{2}{x}}}{3^{\frac{2-x}{x}}}$$

3. Sia $f(x) = \frac{(x+4)(x-3)(x+2)}{(x-6)(x-4)(x-2)}$ si calcoli $f'(x)$
4. Sia R la regione del piano racchiusa tra il grafico di $y = \sqrt{x-1}$, la retta $x = 10$ e l'asse x . Si trovi l'area di R .
5. Una particella si muove lungo l'asse x in modo tale che la sua velocità v al tempo t , per $0 \leq t \leq 5$, è data da $v(t) = \ln(t^2 - 3t + 3)$. Qual è l'accelerazione della particella al tempo $t = 4$?
6. Dato l'insieme $A = \{1, 2, 5, 8\}$: determinare quanti numeri a due cifre si possono scrivere con gli elementi di A , considerando che sono ammesse le ripetizioni.
7. Si determini il cono di volume minimo circoscritto ad una sfera di raggio r .
8. Di un tronco di piramide retta a base quadrata si conoscono l'altezza h e i lati a e b delle due basi. Come si può procedere per esprimere il volume del tronco in funzione di a , b e h ?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.