



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Sia data una circonferenza di centro O e raggio 1 e una sua corda MN , condotta alla distanza x da O .

1. Si calcoli il rapporto $f(x)$ fra l'area del triangolo, formato dalla corda MN e dalle tangenti alla circonferenza in M ed N , e quella del rettangolo di lato MN , inscritto nella circonferenza, controllando che risulta:

$$f(x) = \frac{1-x^2}{4x^2}.$$

2. Prescindendo dalla questione geometrica, si studi la funzione $f(x)$ e se ne tracci il grafico γ .
3. Si scrivano le equazioni delle tangenti a γ nei punti di intersezione con l'asse x e si calcoli l'area del triangolo T che esse formano con l'asse x .
4. Si calcoli l'area della superficie piana Σ , delimitata dalla curva γ , dall'asse x e dalla retta $y = 1/2$.

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \ln(x^2 + 1).$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico γ , su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy .
2. Si scrivano le equazioni delle tangenti a γ nei punti di flesso e si calcoli l'area del triangolo che esse formano con l'asse x .
3. Si calcoli l'area della superficie piana S , delimitata dalla curva γ , dall'asse x e dalla retta di equazione $x = 1$.
4. La superficie S è la base di un solido Σ , le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse y , sono tutte triangoli equilateri. Si calcoli il volume di Σ .



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Un ufficiale della guardia di finanza, in servizio lungo un tratto rettilineo di costa, avvista una motobarca di contrabbandieri che dirige in linea retta, perpendicolarmente alla costa, verso un vecchio faro abbandonato. L'angolo tra la direzione della costa e il raggio visivo dell'ufficiale che guarda la motobarca è di $34,6^\circ$; il natante si trova a 6 miglia marine dal faro e si muove con una velocità di 18 nodi (miglia marine all'ora). L'ufficiale ordina di salire immediatamente in macchina, in modo da raggiungere il faro, percorrendo una strada parallela alla spiaggia, 10 minuti prima che vi approdino i contrabbandieri, per coglierli con le mani nel sacco. A che velocità media, in km/h, deve muoversi l'automezzo della guardia di finanza per arrivare nei tempi previsti? (Un miglio marino = 1853,182 m).

2. Si calcoli il limite della funzione $(1+x^2)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$, quando x tende a 0.
3. Nel triangolo ABC l'angolo in B misura $\pi/6$ e quello in C misura x . Si determini l'angolo x in modo che, detta H la proiezione ortogonale di A sulla retta BC, la quantità:

$$\frac{BC + HC}{AC},$$

risulti massima.

4. Si scriva l'equazione della tangente al diagramma della funzione:

$$f(x) = \log_x 2$$

nel punto P di ascissa $x = 2$.

5. La superficie piana S, delimitata dalla curva γ di equazione $y = \ln x$ e dall'asse x nell'intervallo $1 \leq x \leq e$, è la base di un solido Σ , le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse x , sono tutte rettangoli aventi l'altezza quadrupla della base. Si calcoli il volume di Σ .
6. Si determinino le equazioni degli asintoti della curva:

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}.$$

7. Si determini il campo di esistenza della funzione:

$$y = \arccos(e^{2\sin x - 1}), \quad \text{con } 0 \leq x \leq 2\pi.$$

8. Un cubo di alluminio (densità $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$), avente lo spigolo $l = 10 \text{ cm}$, presenta all'interno una cavità a forma di cilindro equilatero, avente il raggio di lunghezza $r_c = 2,5 \text{ cm}$. Si calcoli la massa m del cubo.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

9. Si calcoli il valore medio della funzione:

$$y = \frac{x}{\cos^2 x},$$

nell'intervallo $0 \leq x \leq \pi/3$.

10. Un delfino si trova nel punto A del bordo ovest di una piscina circolare. Nuota in linea retta per 12 m, e tocca con il naso il bordo della piscina nel punto B. Si gira e nuota in una direzione diversa in linea retta per 5 m, e arriva nel punto C situato sul bordo della piscina e diametralmente opposto al punto A dal quale era partito. Se la profondità dell'acqua è ovunque di 2,50 m, quanti litri d'acqua sono contenuti nella piscina?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.