



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

ABC è un triangolo equilatero di lato a . Dal vertice A, e internamente al triangolo, si conduca una semiretta r che formi l'angolo α con il lato AB. Si denotino con B' e C' , rispettivamente, le proiezioni ortogonali su r dei vertici B e C.

1. Si calcoli il rapporto:

$$\frac{\overline{BB'}^2 + \overline{CC'}^2}{a^2}$$

e lo si esprima in funzione di $x = \operatorname{tg} \alpha$, controllando che risulta:

$$f(x) = \frac{5x^2 - 2\sqrt{3}x + 3}{4(x^2 + 1)}.$$

2. Prescindendo dalla questione geometrica, si studi la funzione $f(x)$ e se ne tracci il grafico γ .
3. Si determinino le coordinate del punto in cui la curva γ incontra il suo asintoto e si scriva l'equazione della tangente ad essa in tale punto.
4. Si determini l'area della superficie piana, appartenente al II quadrante, delimitata dall'asse y , dalla curva γ e dal suo asintoto.

PROBLEMA 2

Del trapezio ABCD si hanno le seguenti informazioni: la base maggiore AB e la base minore DC misurano rispettivamente $4m$ e $1m$, l'altezza del trapezio misura $3m$ e la tangente dell'angolo $\hat{B}AD$ è uguale a $3/2$.

1. Si calcolino le aree dei quattro triangoli in cui il trapezio è diviso da una sua diagonale e dai segmenti che uniscono il punto medio di questa con gli estremi dell'altra diagonale.
2. Si determinino, con l'aiuto di una calcolatrice, le misure, in gradi e primi sessagesimali, degli angoli del trapezio.
3. Riferito il piano del trapezio ad un conveniente sistema di assi cartesiani, si trovi l'equazione della parabola Γ avente l'asse perpendicolare alle basi del trapezio e passante per i punti B, C, D.
4. Si determinino le aree delle due regioni in cui il trapezio è diviso da Γ .



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. E' dato il settore circolare AOB, di centro O, raggio r e ampiezza $\pi/3$. Si inscriba in esso il rettangolo PQMN, con M ed N sul raggio OB, Q sull'arco AB e P su OA. Si determini l'angolo $\widehat{QOB} = x$, affinché il perimetro del rettangolo sia massimo.
2. Quali sono i poliedri regolari? Perché sono detti anche *solidi platonici*?
3. Si scriva l'equazione della tangente al grafico della funzione:

$$x = \frac{1}{2} \log \left(\frac{y+1}{y-1} \right)$$

nel punto P di ordinata $y = 2$.

4. Un solido Ω ha per base la regione R delimitata dal grafico di $f(x) = \ln x$ e dall'asse x sull'intervallo $[1, e]$. In ogni punto di R a distanza x dall'asse y , la misura dell'altezza del solido è data da $h(x) = x$. Quale sarà il volume del solido?
5. Un aereo civile viaggia in volo orizzontale con velocità costante lungo una rotta che lo porta a sorvolare Venezia. Da uno squarcio nelle nuvole il comandante vede le luci della città con un angolo di depressione di 7° . Tre minuti più tardi ricompaiono nuovamente le luci, questa volta però l'angolo di depressione misurato è di 13° . Quanti minuti saranno ancora necessari perché l'aereo venga a trovarsi esattamente sopra la città?
6. Si consideri la curva d'equazione $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$. La curva ha asintoti? In caso affermativo, se ne determinino le equazioni.
7. Un cubo di legno di pioppo (densità $\rho_1 = 0,385 \text{ g/cm}^3$) ed un tetraedro regolare di cristallo ($\rho_2 = 3,33 \text{ g/cm}^3$) hanno entrambi lo spigolo $l = 5 \text{ cm}$. Quale dei due ha la massa maggiore?
8. Tommaso ha costruito un modello di tetraedro regolare e vuole colorare le 4 facce, ognuna con un colore diverso. In quanti modi può farlo se ha a disposizione 10 colori? E se invece si fosse trattato di un cubo?
9. Si calcoli il valore medio della funzione:

$$f(x) = \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$$

nell'intervallo $1 \leq x \leq 4$.

10. Si controlli se la funzione $f(x) = \operatorname{tg}x + \operatorname{sen}x + 7$, nell'intervallo chiuso $[0, \pi]$, verifica le ipotesi del teorema di Rolle e, in caso affermativo, si calcoli l'ascissa dei punti ove si annulla la derivata prima.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.