



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*  
**M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO DI ORDINAMENTO

**Indirizzo:** SCIENTIFICO

**Tema di:** MATEMATICA

*Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

Si consideri la funzione  $f(x) = |e^{2x} - 3e^x|$

1. Si mostri che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \text{ e } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

2. Si disegni il grafico  $\Gamma$  di  $f(x)$ .

3. Si dica se alla funzione  $f(x)$  si può applicare il teorema di Rolle nell'intervallo  $[0, \ln 2]$  e il teorema di Lagrange nell'intervallo  $[1, 2]$ , giustificando le risposte.

4. Si calcoli l'area della regione finita di piano limitata da  $\Gamma$  e dall'asse  $x$  sull'intervallo  $[0, \ln 2]$ .

**PROBLEMA 2**

I lati di un triangolo rettangolo misurano  $k$ ,  $2k$  e  $\sqrt{5}k$ , essendo  $k$  un numero reale positivo.

1. Si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'ampiezza degli angoli acuti del triangolo. Si determini  $k$  in modo che l'altezza relativa all'ipotenusa abbia lunghezza uguale a 2 e si determinino le misure delle proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa.

2. Una retta parallela all'ipotenusa, avente distanza  $x$  dal vertice dell'angolo retto, divide il triangolo in un triangolo T e un quadrilatero Q.

Si mostri che il rapporto tra l'area di T e l'area di Q, in funzione di  $x$ , è uguale a

$$f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$$

3. Si tracci il grafico  $\Gamma$  di  $f(x)$  senza tener conto dei limiti geometrici.

4. Si calcoli l'area della regione finita di piano limitata da  $\Gamma$  e dalle rette di equazioni  $x = -1$ ,  $x = 1$ ,  $y = -1$ .



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*  
**M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO DI ORDINAMENTO

**Indirizzo:** SCIENTIFICO

**Tema di:** MATEMATICA

**QUESTIONARIO**

1. Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\ln x^2}$$

2. Per quali valori reali di  $x$  è:

$$\frac{1}{10} (-x^2 + 3x + 10)^{x^2 - 6x + 1} = 1$$

3. È possibile che nello sviluppo della potenza  $(2a^2 - 3b^3)^7$  compaia il monomio  $ka^{10}b^6$ ? E il monomio  $ka^8b^8$ ? ( $k$  numero reale). Nel caso affermativo si trovi il valore di  $k$  motivando esaurientemente la risposta.
4. Sia  $R$  la regione racchiusa tra  $y = e^{-2x}$  e  $y = 0$  per  $0 \leq x \leq 1$ . Si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa di  $R$  attorno all'asse  $x$ .
5. Si provi l'identità:  $\arctg x + \arctg y = \arctg \frac{x+y}{1-xy}$ .
6. Si trovi la capacità in litri della sfera inscritta in un cono di raggio di base  $6 \text{ dm}$  e altezza  $9 \text{ dm}$ .
7. Sapendo che  $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$  e  $\text{sen} x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$  (ove è  $i^2 = -1$ ) si dimostri che:
- $$\cos^2 x + \text{sen}^2 x = 1$$
8. Quanti colori si possono formare mediante le combinazioni dei sette colori fondamentali dello spettro? (contando, cioè, i colori presi separatamente e a 2 a 2, a 3 a 3, ..., a 7 a 7).

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.