



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSI SPERIMENTALI

Tema di: MATEMATICA

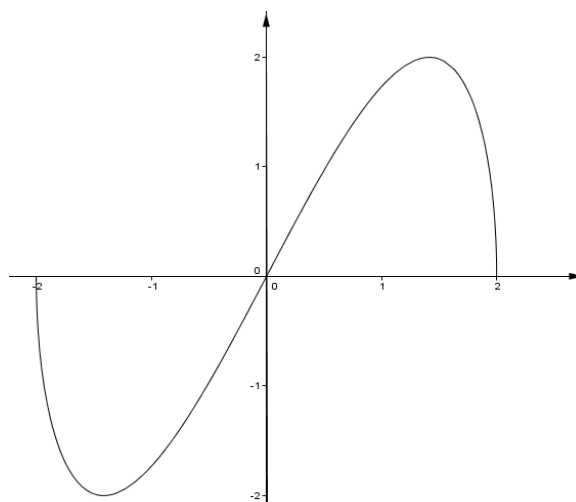
Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

A lato è disegnato il grafico Γ della funzione

$$f(x) = x\sqrt{4-x^2}.$$

1. Si calcoli il massimo e il minimo assoluti di $f(x)$.
2. Si provi che l'origine è centro di simmetria per Γ e si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'angolo che la tangente in O a Γ forma con la direzione positiva dell'asse x .
3. Si disegni la curva d'equazione $y^2 = x^2(4-x^2)$ e si calcoli l'area della parte di piano da essa racchiusa.
4. Si consideri il solido W che la regione delimitata da Γ e dall'asse x genera nella rotazione attorno all'asse x . Si calcoli il volume di W.



PROBLEMA 2

Sia $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 12$.

1. Si dimostri che l'equazione $f(x) = 0$ ha una sola radice α tale che $1 < \alpha < 2$.
2. Si verifichi che l'espressione: $x = \sqrt{\frac{4(3-x)}{3+x}}$ equivale a $f(x) = 0$. Posto $x_0 = 1,3$ si calcolino, con l'aiuto di una calcolatrice, $x_1, x_2, x_3 \dots$ ove è $x_{n+1} = \sqrt{\frac{4(3-x_n)}{3+x_n}}$. Cosa si può osservare? Si può congetturare che x_n , al crescere di n , approssimi sempre meglio il valore di α ? In che modo? Con quali considerazioni?
3. Sia R la regione del quarto quadrante compresa fra il grafico K di $f(x)$ e gli assi del sistema di coordinate Oxy . Si calcoli l'area di R.
4. Si introduca un nuovo sistema di riferimento ottenuto da Oxy trasladando gli assi e portando O nel punto di flesso di K. Qual è l'equazione di K nel nuovo sistema di riferimento?



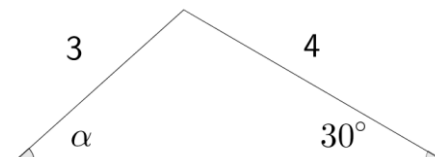
Ministero dell' Istruzione, dell' Università e della Ricerca
X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSI SPERIMENTALI

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Nel triangolo disegnato a lato, qual è la misura, in gradi e primi sessagesimali, di α ?



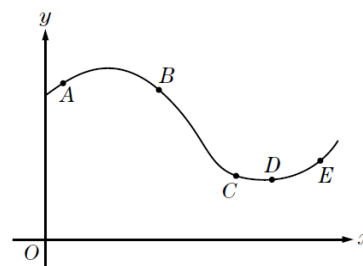
2. Si spieghi perchè non esistono poliedri regolari le cui facce siano esagoni.
3. Quanti sono i numeri di 5 cifre con almeno una cifra dispari? Quanti quelli con almeno una cifra pari?
4. La “zara” è un gioco d’azzardo di origine araba che conobbe particolare fortuna in Italia in epoca medievale – ne parla anche Dante nella *Divina Commedia* – e si giocava con tre dadi. Si confronti la probabilità di ottenere in un lancio la somma 9 con quella di ottenere la somma 10.
5. Si determini l’equazione della tangente alla curva $y = \log_{\frac{1}{2}}(x)$ condotta dal punto $(0; 1)$.
6. Un’azienda commercializza il suo prodotto in lattine da 5 litri a forma di parallelepipedo a base quadrata. Le lattine hanno dimensioni tali da richiedere la minima quantità di latta per realizzarle. Quali sono le dimensioni, arrotondate ai mm, di una lattina?
7. Il valor medio della funzione $f(x) = x^3$ sull’intervallo chiuso $[0, k]$ è 9. Si determini k .
8. Si provi che:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2014}}{2^x} = 0$$

9. Si determini il dominio della funzione:

$$f(x) = \sqrt{3 - \log_2(x + 5)}$$

10. Nella figura a lato è riportato il grafico della funzione $y = f(x)$. In quale o quali dei cinque punti A, B, C, D, E la derivata prima e la derivata seconda della funzione sono entrambe negative?



Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l’uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l’uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l’Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.