



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

La curva γ è rappresentata dalle seguenti equazioni parametriche:

$$x = \frac{t+1}{t}, \quad y = \frac{t^2+1}{t}$$

1. Se ne ricavi l'equazione cartesiana $y = f(x)$ e se ne costruisca il grafico.
2. Si scriva l'equazione della retta s che congiunge i punti estremanti relativi di γ e si calcoli in gradi e primi (sessagesimali) l'ampiezza dell'angolo acuto Φ che tale retta forma con l'asintoto obliquo.
3. Si calcoli l'area della regione di piano Σ , delimitata da γ , dal suo asintoto obliquo e dalle rette $x = 2$ e $x = 4$.
4. Verificato che è $A(\Sigma) = \log 3$, si calcoli un'approssimazione di $\log 3$, utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati.

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico γ , su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy).
2. Si dimostri che l'equazione

$$x^3 - 3x^2 + 6x - 6 = 0$$

ha, sull'intervallo $1 < x < 2$, un'unica radice reale ξ e se ne calcoli un valore approssimato con due cifre decimali esatte.

Dopo aver constatato che ξ altro non è che l'ascissa del punto di flesso della curva γ , si calcoli il valore approssimato dell'ordinata.

3. Si scrivano le equazioni della tangente e della normale a γ nel punto di intersezione con l'asse x e si calcoli l'area del triangolo che esse formano con l'asse y .
4. Si calcoli l'area della superficie piana, delimitata dalla curva γ , dall'asse x e dalla retta di equazione $x = 2$.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Si determini il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{e^{2x} - 3e^x + 2}$.

2. La funzione:

$$f(x) = \operatorname{sen}^3 \sqrt{x},$$

è evidentemente continua nel punto $x = 0$. Si dimostri che nello stesso punto non è derivabile.

3. Si scriva l'equazione della tangente al diagramma della funzione:

$$f(x) = \frac{x^2}{3} \left(2 + \operatorname{sen}^2 \frac{1}{x} \right)$$

nel punto P di ascissa $x = \frac{1}{\pi}$.

4. Data la parte finita di piano compresa tra le rette $x + y - 1 = 0$ e $x - 1 = 0$ ed il grafico della funzione $y = e^x$, si determini la sua area ed il volume del solido ottenuto facendola ruotare di un giro completo attorno all'asse x .

5. Un osservatore posto sulla riva di un lago a 236 m sopra il livello dell'acqua, vede un aereo sotto un angolo di elevazione α di $42,4^\circ$ e la sua immagine riflessa sull'acqua sotto un angolo di depressione β di $46,5^\circ$. Si trovi l'altezza dell'aereo rispetto all'osservatore.

6. Si disegni il grafico γ della funzione:

$$f(x) = \text{distanza di } x \text{ dal pi\`u prossimo intero.}$$

Si dica se $f(x)$ è una funzione periodica e si calcoli l'area della regione di piano delimitata

da γ , dall'asse x e dalla retta $x = \frac{9}{10}$ nell'intervallo $\left[0, \frac{9}{10} \right]$.

7. Utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati, si calcoli un valore approssimato dell'area della superficie piana delimitata dalla curva γ di equazione

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \text{ e dall'asse delle } x \text{ nell'intervallo } -1 \leq x \leq 1.$$



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

8. Si consideri l'equazione

$$\log|x| - e^x = 0.$$

Si dimostri che essa ammette una soluzione reale appartenente all'intervallo $-2 \leq x \leq -1$ e se ne calcoli un valore approssimato con due cifre decimali esatte.

9. Un mazzo di “tarocchi” è costituito da 78 carte: 22 carte figurate, dette “Arcani maggiori”, 14 carte di bastoni, 14 di coppe, 14 di spade e 14 di denari. Estrando a caso da tale mazzo, l'una dopo l'altra con reinserimento, 4 carte, qual è la probabilità che almeno una di esse sia un “Arcano maggiore”?
10. Nel poscritto al suo racconto “*Il Mistero di Marie Rogêt*”, Edgar Allan Poe sostiene che, “avendo un giocatore di dadi fatto doppio sei per due volte consecutive, vi è una ragione sufficiente per scommettere che gli stessi sei non usciranno ad un terzo tentativo”. Ha ragione? Si motivi esaurientemente la risposta.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.