



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

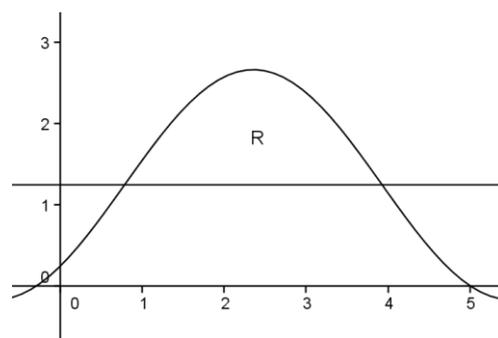
PROBLEMA 1

Siano ABC e ABD due triangoli, il secondo rettangolo. Nel triangolo ABC il lato BC è il doppio di CA = 1 mentre nel triangolo ABD, con D dalla parte opposta di C rispetto ad AB, il cateto AB è il doppio di BD.

1. Si mostri che l'area del quadrilatero AD BC in funzione dell'angolo $ACB = \gamma$ è espressa da:

$$f(\gamma) = \text{sen}\gamma - \cos\gamma + \frac{5}{4}$$

2. Si studi $f(\gamma)$ e se ne tracci il grafico anche prescindendo dai limiti geometrici del problema.
3. Si determini, in gradi e primi sessagesimali, il valore di γ cui corrisponde il quadrilatero di area massima e si determinino area e perimetro di tale quadrilatero R.
4. Sia R la regione, indicata in figura, delimitata dal grafico di $f(\gamma)$ e dalla retta $y = \frac{5}{4}$. Si calcoli il volume del solido generato da R nella rotazione completa attorno all'asse x .

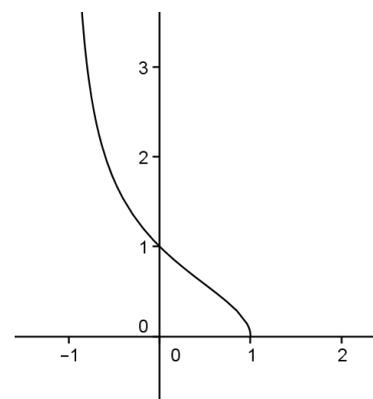


PROBLEMA 2

Sia f la funzione definita da:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

1. Si studi f e si verifichi che il suo grafico γ ha l'andamento riportato in figura. La funzione f è invertibile? Se sì, quale è l'espressione della sua inversa?
2. Si mostri che l'area della regione Σ , delimitata da γ e dagli assi cartesiani sull'intervallo chiuso $[0, 1]$ è uguale a $\frac{\pi}{2} - 1$.
3. Utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati, si sfrutti l'uguaglianza precedente per calcolare un'approssimazione di $\frac{\pi}{2}$.
4. La regione Σ è la base di un solido Ω , le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse x , sono tutte quadrati. Si calcoli il volume di Ω .





Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Un gruppo di attivisti antinucleari ha organizzato una marcia di protesta verso un sito scelto per la costruzione di una centrale termonucleare. Essi camminano, in pianura, con velocità costante, dirigendosi in linea retta verso le torri di raffreddamento dell'impianto, che sono già state costruite. Alle 7 uno degli organizzatori della marcia antinucleare vede la cima della torre di raffreddamento con un angolo di elevazione di 2° ; 30 minuti più tardi l'ampiezza dell'angolo è pari a 5° . Si calcoli a che ora il gruppo raggiungerà il cantiere, arrotondando il risultato al minuto.

2. Si calcoli il limite della funzione $\frac{(e^x - 1)^2}{3x^2 + 4x^3}$, quando x tende a 0.

3. Sia $AB = 2,5$ m l'altezza di una statua e $BP = 2$ m l'altezza del piedistallo su cui essa poggia. Si determini sul piano orizzontale passante per il punto P d'appoggio del piedistallo il luogo dei punti tali che da essi la statua sia vista sotto angolo massimo.

4. Si scrivano le equazioni della tangente e della normale al diagramma della funzione:

$$f(x) = \left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{4} \right) \log \frac{1+x}{1-x} - \frac{3}{2}x$$

nel punto P di ascissa $x = 0$.

5. La regione del I quadrante delimitata dall'iperbole di equazione $9x^2 - 4y^2 = 36$ e dall'asse x nell'intervallo $2 \leq x \leq 4$, è la base di un solido S, le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse x , sono tutte esagoni regolari. Si calcoli il volume di S.

6. Si determini in gradi e primi (sessagesimali) l'ampiezza dell'angolo Ψ sotto il quale la curva di equazione

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x + 3}$$

taglia l'asse delle y .

7. Tenuto conto che:

$$\frac{\pi}{4} = \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx,$$

si calcoli un'approssimazione di $\frac{\pi}{4}$, utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

8. Si dica se è possibile che sia:

$$\binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}.$$

9. Un solido Ω è formato da un cilindro equilatero di raggio r e da due coni equilateri, aventi le basi coincidenti con quelle del cilindro ed esterni al cilindro. Se si sceglie a caso un punto all'interno di Ω , qual è la probabilità che tale punto risulti interno al cilindro?
10. Qual è il numero delle cinquine che si possono ottenere completando l'ambo $\{3, 25\}$?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.