SECONDA PROVA SCRITTA – ESEMPIO MINISTERIALE DICEMBRE 2018

Tema di MATEMATICA E FISICA

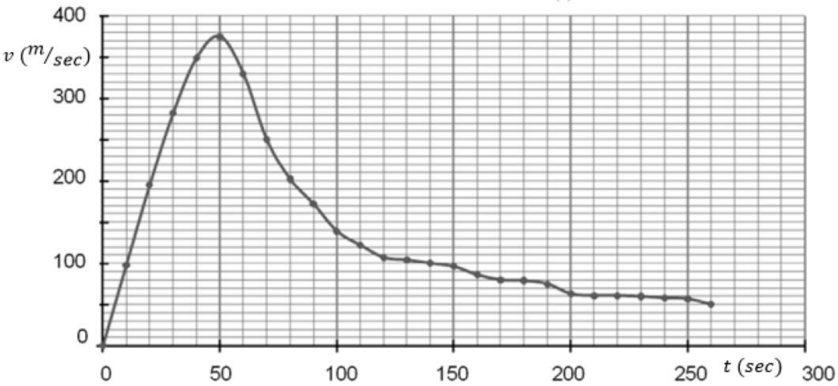
PROBLEMA 2

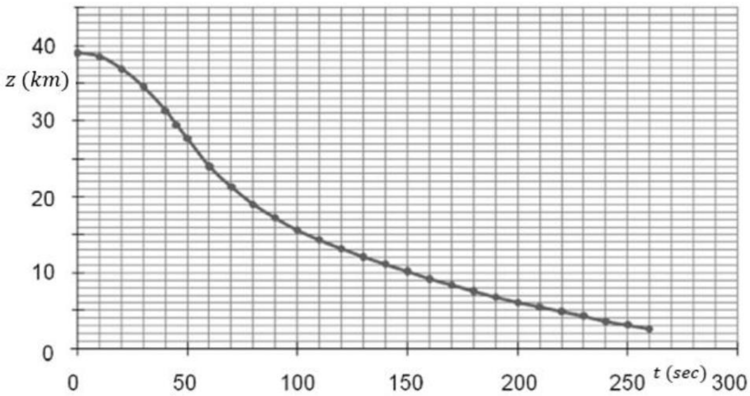
Il 14 ottobre 2012 Felix Baumgartner ha realizzato un lancio storico ottenendo tre record mondiali:

- la maggiore altezza raggiunta da un uomo in una ascesa con un pallone (39045 m);
- il lancio più alto in caduta libera;
- la più alta velocità in caduta libera (1341,9 km/h).

Dopo l'ascesa in un pallone gonfiato a elio, si è lanciato verso la Terra, protetto da una tuta speciale, e ha aperto il suo paracadute dopo 4 minuti e 20 secondi di caduta libera. Il lancio è durato in totale 9 minuti e 3 secondi.

Nelle figure seguenti sono riportati gli andamenti della velocità e della quota di Baumgartner durante il lancio, a partire dall'istante del lancio $t = 0$.





Per realizzare l'ascesa è stato necessario utilizzare un enorme pallone deformabile: ciò per fare in modo che all'aumentare della quota e al diminuire della densità dell'aria il volume del pallone possa aumentare, mantenendo così costante la spinta verso l'alto (spinta di Archimede). Su un giornale veniva riportato "*Per assicurare una velocità d'ascesa sufficiente la spinta verso l'alto era circa doppia di quella necessaria per tenere in equilibrio il sistema. In pratica, aggiungendo alla massa di Baumgartner quella del pallone riempito ad elio, era necessario sollevare una massa di circa 3 tonnellate*". La massa di Baumgartner e della sua tuta è pari a circa 120 kg.

Fase di ascesa

1)

Disegna il diagramma delle forze subito dopo il decollo, trascurando la forza di attrito. Non è necessario che il disegno sia in scala, deve però essere coerente con la situazione fisica.

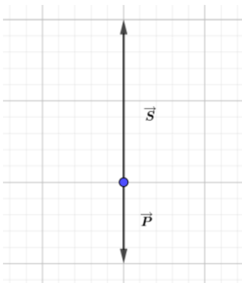
La forza peso del sistema è diretta verso il basso ed ha intensità P pari a ($mg = 3000 \cdot g$) N:

$P = 3000 \cdot 9.8\, N = 29400\, N$

La spinta verso l'alto necessaria per mantenere in equilibrio il sistema è una forza diretta verso l'alto di intensità pari a quella di P. La spinta S applicata è doppia di tale valore, quindi:

$S = 58800\, N$

Diagramma delle forze subito dopo il decollo (S spinta, P peso del sistema):



2)

Dopo qualche minuto di ascensione il moto può essere considerato rettilineo uniforme. In questa situazione, calcola approssimativamente il valore della forza di attrito con l'aria.

Se il moto è rettilineo uniforme vuol dire che la spinta S ha modulo pari al peso P del sistema più la forza d'attrito F_A (diretta verso il basso):

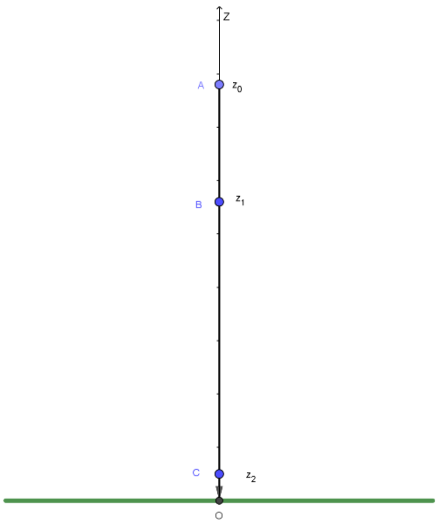
$P + F_A = S\,, \quad F_A = S - P = P = 29400\, N$

Notiamo che consideriamo il peso costante, anche se, diminuendo g all'aumentare dell'altitudine, esso diminuisce seppur di poco.

Fase di lancio

Scegli un sistema di riferimento e studia la caduta verticale del sistema S costituito da Baumgartner e dalla tuta. In questa fase, si può ritenere trascurabile l'effetto della spinta di Archimede.

Fissiamo un sistema di riferimento con l'origine O nel punto di atterraggio, e l'asse z diretto verso l'alto:



Dai dati forniti e dai due grafici deduciamo:

A=posizione di lancio, t=0, v=0,
$z_0 = 39045\ m \cong 39\ km$

B=posizione dopo 50 s, $z_1 = 28\ km$

$$v = 1341{,}9\ \frac{km}{h} = \frac{1391{,}9}{3.6}\ \frac{m}{s} \cong 373\ m/s$$

C=posizione dopo 260 s, v=50 m/s,
$z_2 = 2.5\ km$

Dopo 50 secondi si raggiunge la velocità massima (circa 373 m/s) all'altezza dal suolo di circa 28 km. Dopo 260 secondi si raggiunge la velocità di 50 m/s in caduta libera all'altezza di circa 2.5 km. Notiamo che aumentando la velocità aumenta la forza d'attrito. A questo punto si apre il paracadute. Dai due grafici si deduce che la velocità si mantiene abbastanza costante. Dopo 9 minuti e 3 secondi (543 secondi) Baumgartner raggiunge il suolo.

3)

Utilizzando i grafici, determina l'accelerazione di S per $t < 20\ s$ e commenta il risultato ottenuto.

Da 0 a 20 secondi la velocità passa da 0 m/s a circa 195 m/s, quindi si ha un'accelerazione:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{195\ m/s}{20\ s} \cong 9.75\ \frac{m}{s^2}\ .$$

Notiamo che il valore dell'accelerazione è più o meno uguale a quello dell'accelerazione di gravità, giustificabile dal fatto che l'attrito può essere trascurato all'altezza considerata, essendo l'aria molto rarefatta (ricordiamo che ad un'altezza h dalla Terra risulta: $g = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$).

4)

Il sistema S ha raggiunto velocità supersoniche durante la caduta? Tieni presente la seguente tabella, che riporta la velocità del suono in aria ad altezze diverse:

Altezza (km)	10	20	30	40
Velocità del suono (m/s)	305	297	301	318

A 10 km di altezza ($t = 150$ secondi dal lancio) si ha $v = 100$ m/s : minore della velocità del suono.

A 20 km di altezza ($t \cong 75$ secondi dal lancio) si ha $v = 220$ m/s : minore della velocità del suono.

A 30 km di altezza ($t \cong 45$ secondi dal lancio) si ha $v \cong 370$ m/s : maggiore della velocità del suono.

Dai due grafici forniti di osserva che si raggiunge la velocità di circa 320 m/s (superiore alla massima velocità fornita pari a 318 m/s) dopo circa 35 s, ad un'altezza di circa 33 km. Fino a 60 secondi circa dal lancio si supera la velocità del suono, fino ad un'altezza di circa 24 km

Quindi il sistema S ha superato la velocità del suono per oltre 15 secondi.

5)

Calcola la variazione di energia meccanica ΔE_m tra il momento in cui Baumgartner salta e il momento in cui raggiunge la massima velocità; fornisci la tua interpretazione del risultato.

Osserviamo che, essendo in presenza di forze non conservative (la forza di attrito), la variazione di energia meccanica (pari al lavoro della forza d'attrito) sarà negativa.

In particolare si ha (supponiamo g costante, pari a 9.8 m/s e indichiamo con K l'energia cinetica e con U l'energia potenziale:

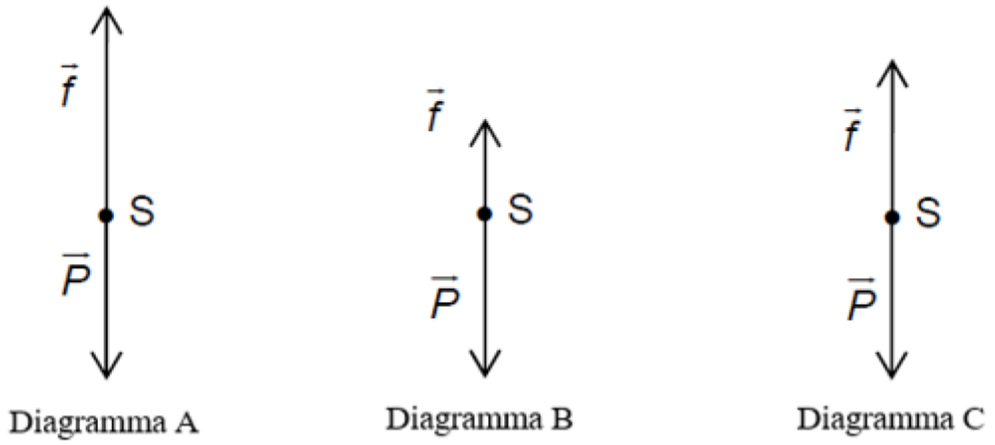
$$\Delta E_m = E_m(finale) - E_m(iniziale) = \left(K_f + U_f\right) - (K_i + U_i) = K(t = 50\ s) + U(t = 50\ s) -$$

$$-\left(K(t = 0) + U(t = 0)\right) = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_1 - (0 + mgz_0) = \frac{1}{2}(120\ kg)\left(373\,\frac{m}{s}\right)^2 +$$

$$+120\ kg\ \left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(28000\ m) - 120\ kg\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)(39045\ m) = \cdots = -4.6 \cdot 10^6 J = E_m$$

6)

Nella figura seguente vengono riportati i diagrammi delle forze applicate al sistema S durante la fase di lancio. $\vec{P}$ rappresenta la forza peso e $\vec{f}$ la forza di attrito con l'aria. Poni in corrispondenza i diagrammi con i tre istanti $t_1 = 40s, t_2 = 50s, t_3 = 60s$.



Risulta:

A) f>P: dopo aver raggiunto la velocità massima; t=60 s.
B) f<P: t= 40 s .
C) f=P: quando si raggiunge la velocità massima; t=50 s.

7)

Determina a quale altitudine Baumgartner ha aperto il paracadute. Ricordando che il lancio è durato in totale 9 minuti e 3 secondi, calcola la velocità media di discesa dopo l'apertura del paracadute, fino all'arrivo al suolo. Ti appare ragionevole considerare il moto in quest'ultima fase come un moto rettilineo uniforme?

Il paracadute viene aperto dopo 260 s (v=50 m/s), all'altezza $z_2 = 2.5\ km$.
Dopo l'apertura del paracadute la velocità può essere considerata costante (forza peso e forza d'attrito sono praticamente uguali) quindi è ragionevole considerare il moto rettilineo uniforme in questa fase.

La velocità media, dall'apertura del paracadute fino all'arrivo al suolo è quindi:

$$v_M = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2500\ m}{543\ s - 260 s} = \frac{2500}{283}\frac{m}{s} \cong 8.8\frac{m}{s} = v_M$$

8)

Per valutare il rischio di traumi derivanti dall'impatto dell'arrivo al suolo, fornisci una stima dell'altezza da cui Baumgartner sarebbe dovuto saltare, senza paracadute, per giungere al suolo con la stessa velocità.

Dobbiamo trovare l'altezza da cui dovrebbe saltare Baumgartner per giungere al suolo, in caduta libera, con una velocità di 8.8 m/s .

Ricordiamo che la velocità con cui un corpo, partendo da fermo, arriva al suolo cadendo da un'altezza h con accelerazione g è data da:

$$v = \sqrt{2gh}\,, \quad h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(8.8\, m/s)^2}{19.6\, m/s^2} \cong 4\, m$$

Per giungere al suolo in caduta libera con la stessa velocità con cui giunge al suolo col paracadute Baumgartner dovrebbe saltare da un'altezza di 4 m.

Con la collaborazione di Angela Santamaria e Stefano Scoleri