



**ISTITUTO D'ISTRUZIONE SUPERIORE "G. PEANO"**  
Traversa II Fontanelle, 2 A- 85052 MARSICO NUOVO (PZ)  
C.M. PZIS01900C



Sede Associata **LICEO STATALE – MARSICO NUOVO (PZ)**

Indirizzi: liceo Scientifico – Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate – Liceo Linguistico

Traversa II Fontanelle, 2 A – 85052 MARSICO NUOVO (PZ) – Tel. 0975342102 – C.M. PZPS01901V

Sede Associata: **LICEO STATALE – VIGGIANO (PZ)** – Indirizzi: Liceo Classico – Liceo delle Scienze Umane

Via Aldo Moro,71 – Tel. 0975 61083 – C. M. PZPC01901Q



[www.liceimarsicoviggiano.edu.it](http://www.liceimarsicoviggiano.edu.it)



Peo: [pzis01900c@istruzione.it](mailto:pzis01900c@istruzione.it)



Pec: [pzis01900c@pec.istruzione.it](mailto:pzis01900c@pec.istruzione.it)



**ESAME DI STATO – A.S. 2021/2022 –**  
**Commissioni: PZLI02007 VII – PZLI02008 VIII**

**SECONDA PROVA SCRITTA**

**Tema di MATEMATICA**

**Indirizzi:** – SCIENTIFICO (Classi: **VA** e **VB**)  
– SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE (Classe: **VC**)

*Risolvi uno dei due problemi e rispondi a 4 quesiti.*

**Problema 1**

Assegnata la funzione

$$f(x) = \frac{3x}{\sqrt{4x-3}}$$

1. Studia la funzione  $f(x)$  e rappresenta graficamente la curva  $\Gamma$  di equazione  $y=f(x)$ .
2. Sia  $r$  una generica retta parallela all'asse delle ascisse, di equazione  $y=k$ . Determina per quale valore del parametro  $k$  la retta  $r$  intercetta sulla curva  $\Gamma$  un segmento  $AB$  di lunghezza pari a 2.
3. Dopo aver verificato che la retta  $r$  richiesta ha equazione  $y=3$ , determina i punti  $A$  e  $B$  di intersezione della retta  $r$  con la curva  $\Gamma$ ; determina, inoltre, le equazioni delle rette tangenti a nei punti  $A$  e  $B$ , verificando che tali rette sono tra loro perpendicolari.
4. Calcola l'area della regione finita di piano delimitata dalla retta  $r$  e la curva  $\Gamma$ .

## Problema 2

Assegnata la funzione

$$f(x) = x^2 e^{ax}$$

con  $a$  parametro reale.

1. Determina il valore del parametro  $a$ , sapendo che la curva  $\Gamma$  di equazione  $y=f(x)$  ha un estremo relativo di ascissa  $x=4$ .
2. Dopo aver verificato che  $a = -\frac{1}{2}$ , studia la funzione  $f(x)$  per tale valore di  $a$  e traccia il suo grafico  $\Gamma$ .
3. Sia  $P$  un punto della funzione appartenente al primo quadrante. Detto  $P'$  la sua proiezione sull'asse delle ascisse, determina le coordinate di  $P$  affinché l'area del triangolo  $OPP'$  sia massima, dove  $O$  corrisponde all'origine degli assi cartesiani.
4. Calcola l'area della parte illimitata del piano, situata nel primo quadrante, compresa tra il grafico  $\Gamma$  e l'asse delle ascisse.

### Quesito 1

Date le funzioni:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 \quad \text{e} \quad g(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

una delle due non verifica nell'intervallo  $[-1; 2]$  tutte le ipotesi del teorema di Lagrange. Indica per quale delle due ciò avviene e giustifica l'affermazione.

Determina, per l'altra funzione, i valori della variabile indipendente per cui è soddisfatta la tesi del teorema stesso.

### Quesito 2

Verifica, nell'intervallo  $[0; 2\pi]$ , che i grafici delle funzioni:

$$f(x) = \sqrt{2\sin x + 1} \quad \text{e} \quad g(x) = \sin x + \cos x$$

sono tangenti nei loro punti di intersezione.

### Quesito 3

Determina la primitiva  $F(x)$  della funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$$

sapendo che il grafico di  $F(x)$  passa per il punto  $P(3; -\ln 2)$ .

Calcola, inoltre,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$ .

### Quesito 4

Lanciando 4 volte un dado, qual è la probabilità che la faccia contrassegnata col numero 5 si presenti:

- a) solo al primo lancio;
- b) solo una volta;
- c) mai;
- d) almeno una volta.

### Quesito 5

Determina le equazioni degli asintoti della funzione:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

Individua e classifica, inoltre, i punti di non derivabilità della funzione  $f(x)$ .

**Quesito 6**

Risolvi il seguente problema di *Cauchy*:

$$\begin{cases} y' = 1 - y \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

ossia determina la funzione  $y(x)$  che soddisfa l'equazione differenziale  $y' = 1 - y$  e verifica la condizione  $y(0) = 0$ .

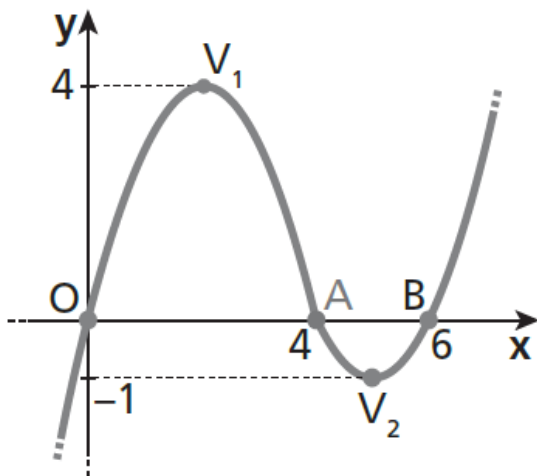
**Quesito 7**

Calcola l'area della regione finita di piano  $S$  delimitata dal grafico  $\Gamma$  della funzione  $y = \ln x$ , dalla tangente a  $\Gamma$  nel punto  $P(e;1)$  e dall'asse  $x$ .

**Quesito 8**

Nella figura è rappresentata una funzione  $f(x)$ .

Il grafico di  $f(x)$  è costituito da due archi di parabola che si congiungono nel punto  $A$ .



Scrivi l'equazione di  $f(x)$  e studia la derivabilità di  $f(x)$  nel punto  $A$ .

Durata massima della prova: 6 ore

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n.205/2019 Art.17 comma 9).

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.