



**ISTITUTO D'ISTRUZIONE SUPERIORE**

Viale Italia

(Indirizzi Liceo Scientifico e Liceo Scientifico Scienze Applicate)

**85037 SANT'ARCANGELO (PZ)**

**ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE**

**A.S. 2021/2022**

**COMMISSIONI III e VI**

**TEMA DI MATEMATICA TRACCIA N° 1**

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti .

**PROBLEMA 1**

Sia  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2}$  e sia la  $F(x)$  la sua primitiva tale che  $F(1)=f(1)$ .

- 1) Nel piano riferito ad assi cartesiani, ortogonali e monometrici ,si disegnino il loro grafici.
- 2) Si determinino le coordinate dei punti comuni a  $f$  e  $F$  e le equazioni delle tangenti alle due curve.
- 3) Si determini l'area della regione finita di piano delimitata dalle due curve e dalla retta  $x+2=0$
- 4) Calcolare il volume del solido, ottenuto dalla rotazione intorno all'asse  $x$ , della parte di piano delimitata dal grafico di  $f(x)$ , dalle rette  $x=1, x=2$  e dall'asse  $x$ .

**PROBLEMA 2**

Studiare la curva  $\Gamma$  di equazione  $Y = \frac{x^3}{(2x-1)^2}$  ;

- 1) Disegnare il grafico e indicate con  $s$  il suo asintoto obliquo ;
- 2) Indicate con  $A$  e  $B$  i punti in cui  $s$  incontra rispettivamente l'asse  $Y$  e la curva  $\Gamma$  . Sul segmento  $AB$  prendete un punto  $P$  in modo che , detto  $Q$  il punto di  $\Gamma$  avente la stessa ascissa di  $P$  , sia massima l'area del triangolo  $APQ$  .
- 3) Determinare l'area della regione finita di piano delimitata da  $\Gamma$  e dalla bisettrice del primo e terzo quadrante .

## QUESITI TRACCIA N° 1

- 1) Dimostrare che le tangenti alla curva  $Y = \frac{\pi \sin x}{x}$  in  $x = \pi$  e  $x = -\pi$  si intersecano ad angolo retto .
- 2) Un foglio di carta deve contenere  $80 \text{ cm}^2$  di stampa con margini superiore e inferiore di  $3 \text{ cm}$  e margini laterali di  $2 \text{ cm}$ . Quali sono le dimensioni del foglio di carta di area minima che si può utilizzare?
- 3) Si calcoli il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$  ;
- 4) Si determini il dominio e gli asintoti della funzione :  $f(x) = \sqrt{3 - \log_2(x+5)}$  ;
- 5) Studiare i punti di discontinuità della seguente funzione:  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 3x + 2}$
- 6) Dimostrare che l'equazione  $e^x + 3x = 0$  ammette una ed una sola soluzione reale.
- 7) La posizione di una particella è data da  $s(t) = 20(2 e^{-t/2} + t - 2)$ . Qual è la sua accelerazione al tempo  $t=4$  ?
- 8) Determinare l'espressione analitica della funzione  $y=f(x)$  sapendo che la retta  $y = -2x+5$  è tangente al grafico di  $f$  nel secondo quadrante e che  $f'(x) = -2x^2+6$

Durata massima della prova: 6 ore. È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 205 Art. 17 comma 9). Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.