

ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO D'ISTRUZIONE
A.S. 2021-2022

Indirizzi: LI02- SCIENTIFICO
LI03-SCIENTIFICO-OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Sia data la funzione f definita da

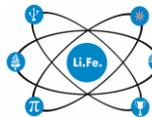
$$f(x) = 3\ln(e^2 - x).$$

- Si studi f e se ne tracci il grafico Γ .
- Dire se la funzione f è invertibile. In caso affermativo, scrivere la sua equazione e disegnarne il grafico.
- Calcolare l'area della regione R delimitata da Γ e dagli assi coordinati.
- Senza risolvere gli integrali, indicare il procedimento per calcolare il volume del solido generato dalla rotazione completa della regione R intorno all'asse x ;

PROBLEMA 2

Sia data la funzione $f(x) = (2x + A)e^{-Bx}$, con A e B numeri reali diversi da zero.

- Si determinino i valori di A e B sapendo che f ammette un punto di massimo relativo in $x = -\frac{2}{3}$ e un punto di flesso in $x = -\frac{1}{3}$.
- Dopo aver sostituito ad $A=2$ e $B=3$, si studi il grafico della funzione.
- Si calcoli l'area della regione di piano delimitata dall'asse delle x , dall'asse delle y e dalla funzione nell'intervallo $[-1; 0]$.
- Si calcoli il volume del solido che si ottiene dalla rotazione intorno all'asse delle x della regione delimitata dalla funzione $f(x)$, dall'asse delle y e dalla retta $x = 1$.



Liceo scientifico e liceo scientifico OSA
Scuola polo per la formazione ambito 08
Sessione ordinaria 2022 – Seconda prova scritta

QUESTIONARIO

1. Si determini il dominio della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{4 - \log_2(x - 1)}$$

2. Considerata la funzione $f(x) = \begin{cases} x|x| & x \leq 2 \\ |a|ax - x^2 & x > 2 \end{cases} \quad a \in \mathbf{R}$

Dopo aver determinato il valore di a per il quale f è continua, si studi la derivabilità di $f(x)$.

3. Considerata la funzione $f(x) = \sqrt{3 - 2x - x^2}$ stabilire se sono verificate le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[-1, 1]$ e nel caso in cui siano verificate, determinare le coordinate del punto che soddisfa il teorema.

4. La quantità di carica (in C) che passa attraverso una superficie di area $2,0 \text{ m}^2$ varia nel tempo secondo l'equazione

$$q(t) = 4t^3 + 5t + 6$$

dove t è espresso in secondi (s).

Qual è la corrente istantanea attraverso la superficie al tempo $t=1,0 \text{ s}$?

5. Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin x \cos x}$

6. Determinare il parametro k in modo che:

$$\int_k^{k+2} (3x^2 + 3) dx = 14$$

7. Fra tutti i triangoli rettangoli nei quali la somma di un cateto e dell'ipotenusa misura $2b$, individuare quello di area massima.
8. In quanti modi diversi possono essere sistemati su una libreria 7 libri a scelta tra 20 di cui si dispone.

Durata massima della prova: 6 ore.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.