

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzi: LI02 – SCIENTIFICO

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

LI15 - SCIENTIFICO - SEZIONE AD INDIRIZZO SPORTIVO

Tema di: Matematica

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Determinare i coefficienti a , b , c in modo che la curva di equazione :

$$y = \frac{ax^3 + bx^2 + c}{2x^2}$$

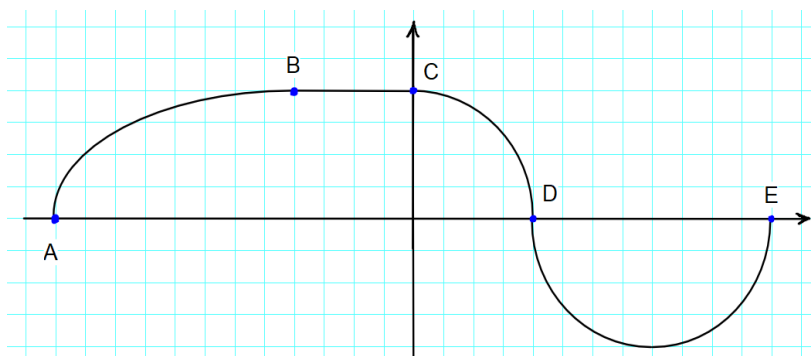
abbia un minimo relativo in $(1;0)$ ed abbia per asintoto la retta di equazione $y =$

$$x - \frac{3}{2}$$

- Verificato che i parametri sono: $a = 2$, $b = -3$ e $c = 1$, si studi la funzione così ottenuta.
- Si disegni la curva indicando con A e B le sue intersezioni con l'asse delle ascisse.
- Si calcoli l'area della regione finita di piano delimitata dalla curva, dall'asse x e dalle rette $x = 1$ e $x = 3$.
- Sostituendo ad x la variabile tempo t ed ad y la variabile spostamento s , essa rappresenti la legge oraria del moto di un punto materiale ; calcolare l'istante in cui la velocità è nulla; l'istante in cui la velocità è di $0,25$ m/s .

PROBLEMA 2

Sia $g(x)$ una funzione continua sull'intervallo chiuso $[-12;12]$. Il grafico di $g(x)$, disegnato a lato, passa per i punti $A(-12;0)$, $B(-4;4)$, $C(0;4)$, $D(4;0)$, $E(12;0)$ e consiste di un arco di parabola AB avente per asse di simmetria l'asse x , del



segmento BC , dell'arco CD, pari a un quarto di circonferenza e della semicirconferenza DE.

1. Si individuino le equazioni dei singoli archi della curva.
2. Si dica , giustificando la risposta, se $g(x)$ è derivabile nei punti A, B, C, D, E.
3. Posto $f(x) = \int_{-12}^x g(t)dt$, si calcolino $f(-12)$, $f(-4)$, $f(0)$, $f(4)$, $f(8)$, $f(12)$
4. Descrivere l'andamento della funzione $f(x)$, specificando gli intervalli di crescita e di decrescenza, di concavità e di convessità e gli eventuali massimi , minimi e flessi.

QUESTIONARIO

- 1) Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - kx + h & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

determinare i parametri h e k in modo che $f(x)$ sia derivabile nell'intervallo $]0,3[$

- 2) Si illustri il significato di asintoto e si fornisca un esempio di funzione $f(x)$ il cui grafico presenta come asintoti le rette $y = 2$, $x = 1$ e $x = 2$.
- 3) Dimostrare che l'equazione: $3x^3 + e^{(x+1)} = 0$ ha una e una sola soluzione reale.
- 4) Individuare la primitiva di $f(x) = e^x(4x + 2x^2)$ il cui grafico passa per il punto $(2, e^2)$
- 5) Utilizzando la definizione di derivata, calcolare la derivata di $y = \sin(x - 1)$
- 6) Che cosa rappresenta il limite seguente e qual è il suo valore?

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{7 \ln(2 + h) - 7 \ln(2)}{h}$$

- 7) Se $f(x) - 2f(3x)$ ha derivata 10 in $x=1$ e derivata 2 in $x = 3$, qual è la derivata di $f(x) - 4f(9x)$ in $x = 1$?
- 8) Calcolare il valore medio (teorema di Lagrange) della seguente funzione nell'intervallo a fianco indicato

$$y = x \sqrt{x^2 + 1} \quad I = [0 ; 1]$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 350 Art. 18 comma 8).

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

