ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

ITN "F. CARACCIOLO" - IM " G. da PROCIDA"

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

INDIRIZZO: SCIENTIFICO

SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di matematica

Sessione ordinaria 2021-2022

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti.

PROBLEMA 1

a) Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico

$$f(x)= \ln^2(x) + 2 \ln(x)$$

b) Calcolare l'area della superficie compresa tra il grafico della funzione $f(x)$ e l'asse x nell'intervallo [1; 10]
c) Calcolare il volume V del solido ottenuto dalla rotazione completa attorno all'asse x della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x)$ con x appartenente all'intervallo [1; 10]
d) Calcolare l' integrale improprio della funzione: $f(x)$ nell'intervallo [1; +∞] e darne una interpretazione geometrica.
e) Calcolare il valore medio della funzione $f(x)$ nell'intervallo [1; 10]
f) Trovare l'area della regione finita di piano delimitata dalla funzione $f(x)$ dalla retta $y=x-1$, dalla retta verticale $x=2$ e dalla retta verticale $x=5$

PROBLEMA 2

a) Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico

$f(x)= 1/(e^{-x}+3)$

b) Calcolare l'area della superficie compresa tra il grafico della funzione f(x) e l'asse x nell'intervallo [10; 110] col metodo dei rettangoli, suddividendo l'intervallo in 10 intervalli

c) Approssimando la funzione f(x) con la funzione $g(x)= e^x$ nell'intervallo [-∞ ; 0,0001] calcolare il volume V del solido ottenuto dalla rotazione completa attorno all'asse x della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $g(x)= e^x$ con x appartenente all'intervallo [-0,000001; -,0001]

d) Calcolare l'integrale improprio della funzione: g(x) nell'intervallo [-∞ ; -0001] e darne una interpretazione geometrica.

e) Calcolare il valore medio della funzione g(x) nell'intervallo [-0,0001; -000001]

Quesito 1

Nella figura è rappresentato il grafico della funzione $f(x) = ax \cdot e^{-\frac{x}{b}}$, che ha un massimo relativo in $x = 6$.

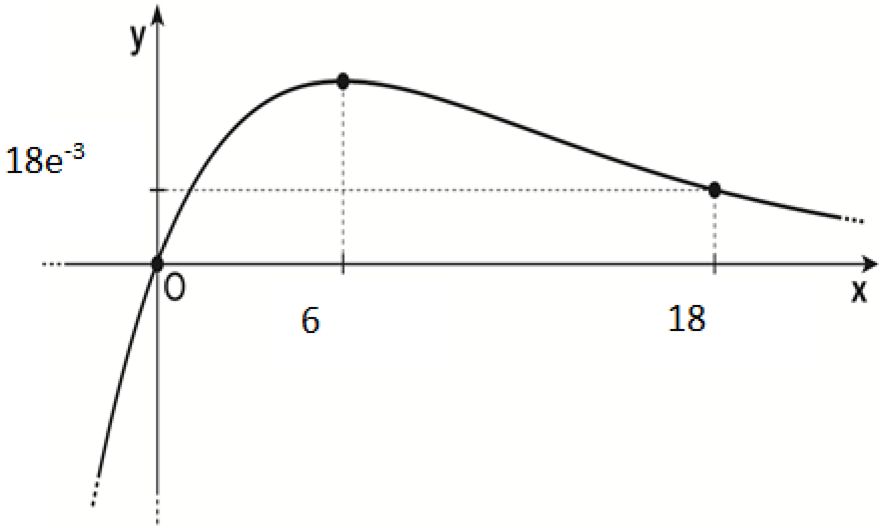
Usa i dati in figura per determinare i valori dei parametri reali non nulli a e b.

Nel punto **precedente** hai verificato che $a = 1$ e $b = 6$

Calcola l'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} f(x)\, dx$$

e spiega il suo significato geometrico.



Quesito 2

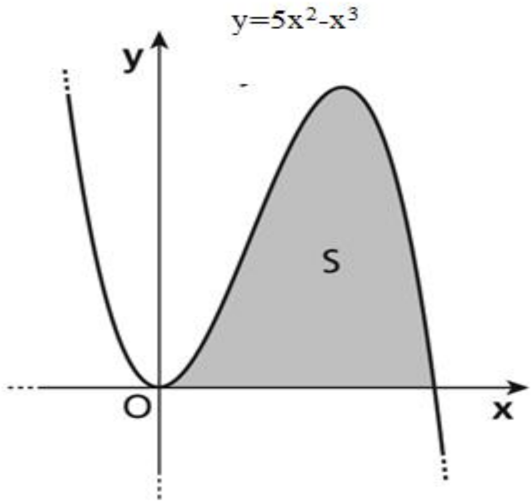
Considera la funzione $f(x) = 6ax - ax^2$, dove a è un parametro reale positivo. Trova per quale valore di a l'area del segmento parabolico determinato dalla parabola e dall'asse delle ascisse è 36.

Per il valore di a trovato, calcola il valor medio della funzione $f(x)$ e le ascisse dei punti $c \in [0; 6]$ tali che

$$\int_0^6 f(x)\,dx = 6 \cdot f(c).$$

Quesito 3

La superficie S in figura è la base di un solido W le cui intersezioni con i piani perpendicolari all'asse x sono triangoli equilateri. Determina il volume del solido.



Quesito 4

Determina i parametri a e b in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax} + b & \text{per } x < 0 \\ x^2 - bx & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile nel punto $x = 0$.

Quesito 5

Determina i parametri a e b in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax} & \text{per } x > 0 \\ 1 + ax & \text{per } -1 < x \leq 0 \\ -b(x+2)^3 + 7b & \text{per } x \leq -1 \end{cases}$$

sia continua e derivabile in $\mathbb{R}$. Stabilisci poi se è possibile applicare il teorema di Rolle nell'intervallo $\left[-2\,;-\frac{1}{2}\right]$; in caso affermativo trova il punto c definito da tale teorema.

Quesito 6

Determina i parametri a e b in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{per } x < -1 \\ ax^2+3 & \text{per } -1 \leq x \leq 0 \\ b + ln\,(ax^2+1) & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile in $I = \left[-\frac{3}{4}\,;\,\frac{1}{2}\right]$. Stabilisci poi se è possibile applicare il teorema di Lagrange nell'intervallo I; in caso affermativo trova il punto c definito da tale teorema.

Quesito 7

Sia $f(x)$ una funzione reale di variabile reale, continua in $\mathbb{R}$ e tale che $f(4) = -6$. Calcola $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\int_{2x}^{4} f(t)\,dt}{e^{x-2}-1}$.

Quesito 8

Di tutti i triangoli rettangoli aventi costante la somma dei cateti, qual è quello di area massima?