



ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE
Sessione ordinaria 2022
Prova scritta di Matematica

NOME		COGNOME				DATA	CLASSE		
PROBLEMA E QUESITI SVOLTI									
PROBLEMA		QUESITI							
<input type="checkbox"/> P1	<input type="checkbox"/> P2	<input type="checkbox"/> Q1	<input type="checkbox"/> Q2	<input type="checkbox"/> Q3	<input type="checkbox"/> Q4	<input type="checkbox"/> Q5	<input type="checkbox"/> Q6	<input type="checkbox"/> Q7	<input type="checkbox"/> Q8

Risolvere 1 solo problema e 4 soli quesiti tra quelli proposti (indicare quelli svolti nella tabella).

PROBLEMA 1

Considerare le due funzione $f(x) = -x^3 + ax^2 + 8x$ e $g(x) = x^2 + 2x$.

1. Verificare che, affinché si abbia

$$\int_{-4}^4 f(x) dx = 0,$$

deve essere $a = 0$.

2. Scegliendo $a = 0$ studiare la funzione $f(x)$ e rappresentarla graficamente
3. Dopo aver rappresentato la regione di piano compresa tra le due curve nell'intervallo $[0, 2]$, determinane l'area.
4. Studiare la funzione $y = \frac{-x^3 + 8x}{x^2 + 2x}$ e rappresentarla graficamente.

PROBLEMA 2

Nel piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali monometriche (Oxy) è assegnata la funzione:

$$y = \frac{a + b \ln x}{x}$$

ove a e b sono numeri reali non nulli.

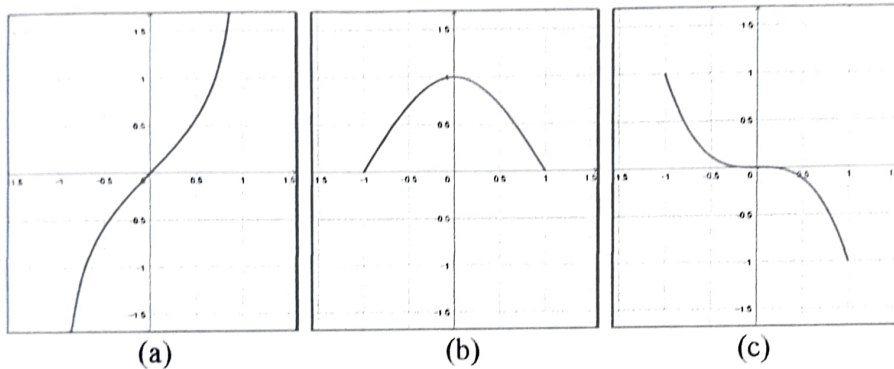
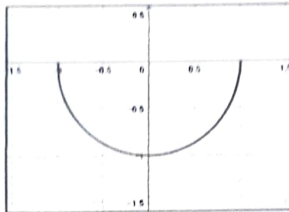
- a. Si trovino i valori di a e b per i quali il grafico G della funzione passa per i punti $(e^{-1}, 0)$ e $(e^2, 3e^{-2})$.
- b. Verificato che $a = 1$ e $b = 1$, si studi la funzione e si disegni G .
- c. Si determini l'area della regione di piano delimitata da G e dall'asse delle ascisse per $1 \leq x \leq e$.
- d. Si determini l'equazione della tangente al grafico G nel suo punto di intersezione con l'asse delle ascisse.



ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE
Sessione ordinaria 2022
Prova scritta di Matematica

QUESITI

1. La figura in alto mostra il grafico della funzione $y = f(x)$. Individua, tra i grafici successivi, quello della sua derivata. Motiva esaurientemente la risposta.



2. Dopo aver enunciato il teorema di Rolle, specificandone ipotesi e tesi, fornisci un esempio di funzione alla quale si possa applicare il teorema. Giustifica le tue affermazioni.
3. Calcolare il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa della parte di piano racchiusa tra la curva di equazione $y = \sqrt{1 + \cos x}$ e l'asse delle ascisse per $0 \leq x \leq \pi$.
4. Data la funzione $f(x) = \begin{cases} e^{x+a} & \text{se } x \leq 2 \\ \frac{bx-1}{2x-1} & \text{se } x > 2 \end{cases}$, determina i valori dei due parametri a e b affinché essa sia continua e derivabile per $x = 2$. La funzione così ottenuta ammette asintoti?
5. Risolvi il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$
6. Determina il valor massimo dell'area del trapezio isoscele di base minore 3, lato obliquo $\sqrt{2}$ e proiezione del lato obliquo sulla base maggiore pari ad x .
7. Determina eventuali punti di non derivabilità della seguente funzione $y = | -x^2 + 2x + 3 |$ e indicane la tipologia.
8. Di una funzione $f(x)$ si sa che ha derivata seconda uguale a $\cos x$ e che $f'(0) = 1$. Quanto vale $f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0)$?