

Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE – P.N.I.

Tema di: MATEMATICA

Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva:

1. È assegnata la curva γ di equazione:

$$y = e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^2}$$

dove a è una costante positiva.

Il candidato:

- a) studi e disegni il grafico di γ ;
- b) verifichi in particolare che essa ammette due punti di flesso F_1 e F_2 di ascisse rispettive

$$x_1 = -a\sqrt{2}/2 \text{ e } x_2 = a\sqrt{2}/2;$$

- c) fornisca col metodo dei trapezi una stima dell'area della regione del piano delimitata dal grafico di γ sull'intervallo di estremi x_1 e x_2 e dal segmento F_1F_2 ;
- d) dica se il risultato ottenuto rappresenti una stima per difetto o per eccesso del risultato esatto;
- e) illustri la relazione che intercorre tra γ e la curva normale di Gauss utilizzata nella statistica.

2. Il triangolo ABC, rettangolo e non isoscele, è la base di una piramide di altezza $3a\sqrt[3]{2}$.
Le misure dei suoi cateti sono date da due delle tre radici dell'equazione:

$$4x^3 - 11ax^2 + 10a^2x - 3a^3 = 0$$

Il candidato:

- determini la distanza k di un piano α dal vertice della piramide sapendo che α è parallelo al piano del triangolo ABC e taglia la piramide in due parti equivalenti;
- determini k nel caso in cui il triangolo ABC ha un cateto che misura a e l'altro cateto è una soluzione, approssimata con due cifre significative, dell'equazione:

$$x^3 + 4xa^2 - 2a^3 = 0$$

- esponga il procedimento utilizzato per il calcolo approssimato della radice dell'equazione proposta.

3. Si consideri l'esperimento consistente nell'estrazione a caso di 5 palline, una dopo l'altra, senza reimbussolamento delle palline estratte, da un sacchetto contenente 90 palline numerate da 1 a 90, aventi tutte le stesse possibilità di uscita (gioco del Lotto).

- a. Dire se è più probabile che, prescindendo dall'ordine di uscita, esca:
 - la cinquina di numeri "successivi" $\{1,2,3,4,5\}$ o la cinquina di numeri "non successivi" $\{2,3,5,8,13\}$;
 - una qualunque cinquina di numeri "successivi" o una qualunque cinquina di numeri "non successivi".
- b. Prese in esame le due seguenti proposizioni:

A: «La probabilità che il 2° numero estratto sarà il “90” è $1/89$ »,

B: «La probabilità che nei 5 numeri estratti ci sarà il “90” è $5/90$ », stabilire quali delle seguenti implicazioni sono vere e quali no e fornire esaurienti spiegazioni:

$$(1) A \rightarrow B, \quad (2) B \rightarrow A, \quad (3) \bar{A} \rightarrow \bar{B}, \quad (4) \bar{B} \rightarrow \bar{A}.$$

- c. Supposto di puntare una determinata somma sull'uscita dei tre numeri 14, 8, 42, sulla “Ruota” di Napoli, calcolare la probabilità di vincita (fare un terno al Lotto). Se il gioco fosse equo e la puntata fosse di 5 Euro, quanto dovrebbe pagare lo Stato in caso di vincita del giocatore?
- d. Supponendo di ripetere n volte l'esperimento considerato, calcolare la probabilità che il “90” esca, tra i 5 numeri estratti:
- al più 5 volte;
 - per la prima volta proprio alla n -esima estrazione. Qual è il più piccolo valore di n per cui questa probabilità non supera 10^{-10} ?

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.