

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

CORSO SPERIMENTALE

Tema di: MATEMATICA

*Il candidato svolga a sua scelta **due** dei tre argomenti proposti.*

1. Data la funzione $y = f(x)$ con

$$f(x) = \frac{4}{x+k}$$

e la funzione $y = g(x)$ con

$$g(x) = x^2 - hx + 4,$$

ove k e h sono due numeri reali,

a) determinare per quali valori di k ed h è

$$\begin{aligned} f(1) &= g(1) \\ f'(1) &= g'(1); \end{aligned}$$

b) tracciare su uno stesso piano di assi cartesiani i grafici delle due funzioni

$$y_1 = \frac{4}{x+1}$$

e

$$y_2 = x^2 - 3x + 4;$$

c) calcolare l'area della superficie delimitata dalle curve rappresentanti le due funzioni y_1 e y_2 .

2. In una semicirconferenza è inscritto un triangolo rettangolo ABC di base $\overline{AB} = 2$. Si tracci la semiretta parallela alla base AB passante per C e che non interseca la circonferenza. Sia D il punto su tale semiretta per cui è $\overline{CD} = \overline{AC}$.

a) Trovare la funzione $f(x)$ che esprime la differenza tra le aree dei triangoli ABC e BCD in funzione dell'angolo $\widehat{BAC} = x$.

b) Rappresentare il grafico della funzione $y = f(x)$ con

$$y = \text{sen}2x(1 - \cos x)$$

nell'intervallo $[0, 2\pi]$.

Determinare per quale valore dell'angolo $\widehat{BAC} = x$ la differenza tra le aree dei triangoli ABC e BCD risulta massima.

c) Calcolare infine l'area delimitata dalla funzione $f(x)$ e dall'asse delle ascisse nell'intervallo $[0, \pi/2]$.

3. Una ditta dispone di 10 linee telefoniche. La probabilità, in un istante qualsiasi, che una data linea sia occupata è $1/5$. Determinato il numero medio di linee telefoniche libere, calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che:
- a) tutte le linee siano occupate,
 - b) almeno una linea sia libera,
 - c) almeno una linea sia occupata,
 - d) esattamente due linee siano libere.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di tavole numeriche e della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.