Rompicapo probabilistico: la soluzione di Luigi Bernardini

Si hanno due urne così composte:

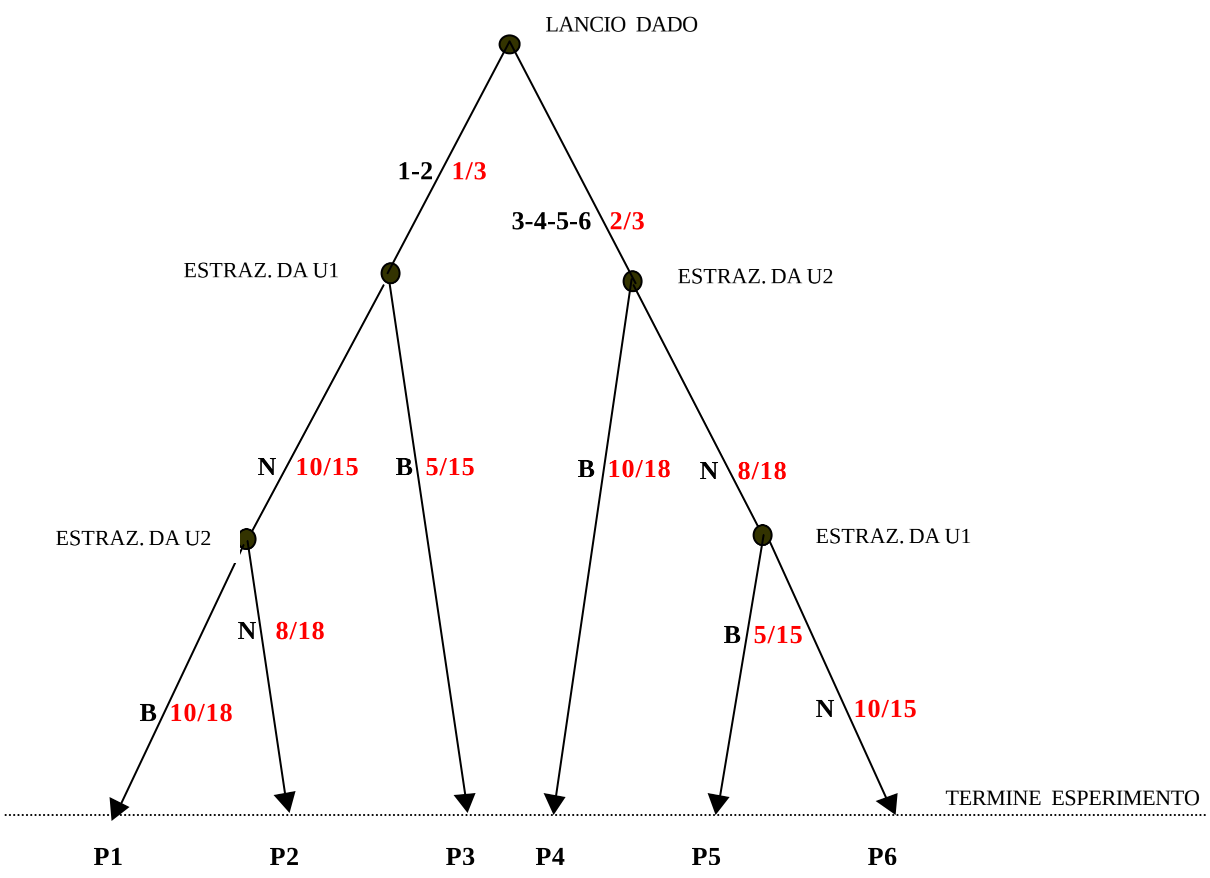
U1 contiene 10 palline nere e 5 palline bianche
U2 contiene 8 palline nere e 10 palline bianche.

Si lancia un dado e se escono i numeri 1 o 2 si estrae una pallina dalla prima urna, altrimenti se ne estrae una dalla seconda. Se questa prima pallina estratta è nera, allora la si rimette nell'urna e si estrae un'altra pallina dall'urna che non conteneva la prima. Rappresenta la situazione con un grafo ad albero.
Nell'ipotesi che l'ultima pallina estratta, cioè la pallina visibile fuori dall'urna, sia bianca, calcola la probabilità che essa provenga dalla prima urna.

L'esperimento ha termine quando viene estratta una pallina bianca o quando sono state effettuate due estrazioni.

Il grafo ad albero che segue descrive la sequenza delle varie fasi dell'esperimento.

I cerchietti neri rappresentano le fasi. I segmenti rappresentano le transizioni da una fase all'altra. In corrispondenza di ciascun segmento sono riportati l'esito della fase di partenza (in nero) e la probabilità che questo esito ha di verificarsi (in rosso).



L'esperimento può terminare in uno dei 6 estremi P1 .. P6. La probabilità che ciò avvenga è, per ciascuno di essi

P1	palla bianca in seconda estrazione da U2	= (1/3)(10/15)(10/18)	= 100/810
P2	palla nera in seconda estrazione da U2	= (1/3)(10/15)(8/18)	= 80/810
P3	palla bianca in prima estrazione da U1	= (1/3)(5/15)	= 90/810
P4	palla bianca in prima estrazione da U2	= (2/3)(10/18)	= 300/810
P5	palla bianca in seconda estrazione da U1	= (2/3)(8/18)(5/15)	= 80/810
P6	palla nera in seconda estrazione da U1	= (2/3)(8/18)(10/15)	= 160/810

La somma delle 6 probabilità è naturalmente l'unità.

La probabilità che si abbia una palla bianca da U1 è data da P3 + P5.
La probabilità che si abbia una palla bianca da U2 è data da P1 + P4.

La probabilità che avendosi estratta una palla bianca questa provenga da U1 è data da (P3 + P5) / (P3 + P5 + P1 + P4) = 170/570 = **0,298**